

研究主論文抄録

論文題目 光子の波動関数と適切なラグランジアンの研究
(The Study of Wave Function of a Photon and the Appropriate Lagrangian)

熊本大学大学院自然科学研究科 理学専攻 物理科学講座
(主任指導 矢嶋 哲 准教授)

論文提出者 山本 拓生
(by Takuo Yamamoto)

主論文要旨

Maxwell 方程式は電磁気学における基礎方程式であり、恒等式である磁氣的 Gauss の法則と Faraday の法則、及び運動方程式である電氣的 Gauss の法則と Ampere の法則を合わせた、電磁場に対する 4 つの連立偏微分方程式系である。標準的な理論において、電磁場の取り扱いが相対論的でありながら、全く非量子力学的である。すなわち電磁場は確率的な要素を持っておらず、第 2 量子化が行われて初めて確率的な概念、さらには“光子の描像”が現れる。また、この第 2 量子化の際には電磁場ではなく、電磁ポテンシャルに場の交換関係が課される。すなわち、通常の扱いでは光子とは第 2 量子化による 2 次的概念であり、その波動関数という考え方は導入されない。しかし、本論文では光子は実在的な存在であるという観点に立ち、序章において「(a)電磁波は質量 0 の光子の多粒子系であり、(b)もし粒子数が一つの場合には、その波動関数は電磁場と比例関係にある」と仮定し理論を構築する。この結果、光子の波動関数の従う方程式は Maxwell 方程式と同じ形となる。

2 章では、光子の波動関数が Lorentz 群の 3 次元スピノル表現となっていることが示される。さらに、本形式での光子がスピン 1 の粒子であることも、その波動関数からわかる。

光子の波動関数の方程式が Maxwell 方程式と同じ形である以上、この波動関数にも電磁場の場合の電磁ポテンシャルに対応するような 4 元ベクトルが存在する。しかし、波動関数自体が系の力学変数として取り扱われるべきであるとの考え方から、3 章では新しいラグランジアンを導入が要請され、同時に 2 つの Gauss の法則が恒等式であり、Faraday、及び Ampere の法則が運動方程式であると考えられる必要があることが示される。このラグランジアンを書き換えにより、新しいラグランジアンは Lorentz 不変で無くなったが、微分方程式系全体としては Lorentz 共変なため、ラグランジアンは Lorentz 不変性は本形式では重要でない。既存の理論においてはこのようなラグランジアンの変更は行われていない。これらの中ではエネルギー演算子は、本論文で変更されたラグランジアンから導かれる光子の方程式の運動方程式部分と Dirac (Schrödinger) 方程式との類似から類推されている。しかし、ハミルトニアン演算子として Dirac 粒子のものと同様のものを扱う以上、本論文

で行われたようなラグランジアンの変更は本質的である。

4章では、3章で導入された新しいラグランジアンより、第2量子化を介することなく、光子のエネルギー表式として $E = h\nu$ が得られることが示される。これはラグランジアンの変更無しには得られない結果である。また、相対論における Einstein 関係式が自動的に成り立つことが示される。さらに、これらの計算の過程で、新しいラグランジアンからは導出されない光子の方程式の恒等式部分は光子の質量が 0 であるための条件であると強く示唆されることがわかる。加えて、光子の速さ演算子とその偶部分の期待値は、いずれも光速となることが示される。すなわち本形式における光子は電子にみられるようなジグザグ運動を行わないことが示される。

5章では光子の第2量子化が行われる。この際、ハミルトニアン固有値が全て正となるように、右巻きの負のエネルギー解を、左巻きの正のエネルギー解に転化させた。このような手順は光子の反粒子を理論から除外することを示している。これら2種類の光子の第2量子化においては、通常正準量子化を行ってしまうとパリティ変換のもとでの矛盾が起こる。そこで光子のスピンノルの添え字に関して反対称な、通常のものとは異なる同時刻交換関係が課された。この交換関係の中の因子は光子の一粒状態のエネルギーが $h\nu$ となるために必要なものであるが、光子場が微視的因果律を満たさないことの起因となるものでもある。そこで仮定(b)をわずかに変更することにより、光子場は因果律を満たさないが、観測可能量の電磁場は光円錐以外で微視的因果律を保つように理論を修正できることが結論付けられた。修正の結果得られた光子の波動関数は、光子の波動関数を認める既存の研究において“保存則”や“自然な内積”という観点から用いられているものと一致しているが、本論文においては修正された光子の波動関は“観測量の因果律”という観点から自然に導入される。また、他の量子場と違い、右巻きのみ及び左巻きのみ光子は、それぞれ反粒子部分と相殺することなく独立に微視的因果律を満たすことも示された。

6章において本研究に対するまとめと今後の課題について述べる。この際、仮想的な電流ポテンシャルを用いることにより、光子の方程式の全てをラグランジアンから導出できることが言及される。さらに、将来なされるべき研究が提示される。第5章で導入された通常とは異なる括弧式の古典論は重要である。また、本論文では自由場のみが論じられたが、相互作用を含む電磁場への本研究の拡張がなされる必要がある。